

Statistik Bisnis

Week 4

Basic Probability

Agenda

Time	Activity
First Session	
50 minutes	Basic Probability
Second Session	
30 minutes	Conditional Probability
20 minutes	Bayes Theorem

Objectives

By the end of this class student should be able to:

- Understand different types of probabilities
- Compute probabilities
- Revise probabilities in light of new information

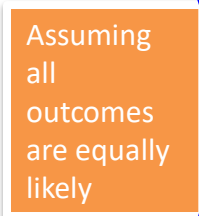
Basic Probability Concepts

- Probability – the chance that an uncertain event will occur (always between 0 and 1)
- Impossible Event – an event that has no chance of occurring (probability = 0)
- Certain Event – an event that is sure to occur (probability = 1)

Assessing Probability

- There are three approaches to assessing the probability of an uncertain event:

1. a priori -- based on prior knowledge of the process


$$\text{probability of occurrence} = \frac{X}{T} = \frac{\text{number of ways the event can occur}}{\text{total number of elementary outcomes}}$$

2. empirical probability

$$\text{probability of occurrence} = \frac{\text{number of ways the event can occur}}{\text{total number of elementary outcomes}}$$

3. subjective probability

based on a combination of an individual's past experience, personal opinion, and analysis of a particular situation



ANY COMMENT?

Events (Kejadian)

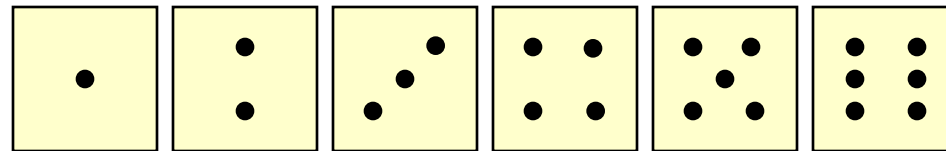
Each possible outcome of a variable is an event.

- Simple event
 - An event described by a single characteristic
 - e.g., A red card from a deck of cards
- Joint event
 - An event described by two or more characteristics
 - e.g., An ace that is also red from a deck of cards
- Complement of an event A (denoted A')
 - All events that are not part of event A
 - e.g., All cards that are not diamonds

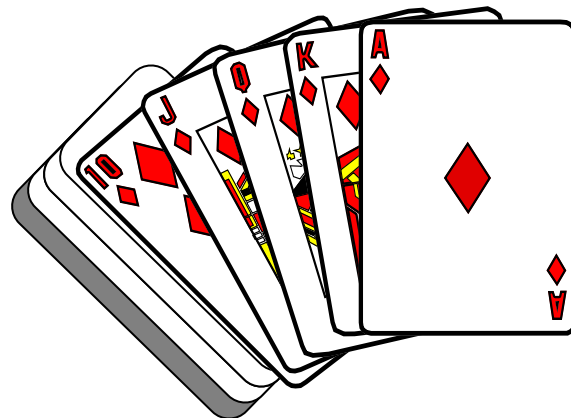
Sample Space

The Sample Space is the collection of all possible events

- e.g. All 6 faces of a dice:



- e.g. All 52 cards of a bridge deck:



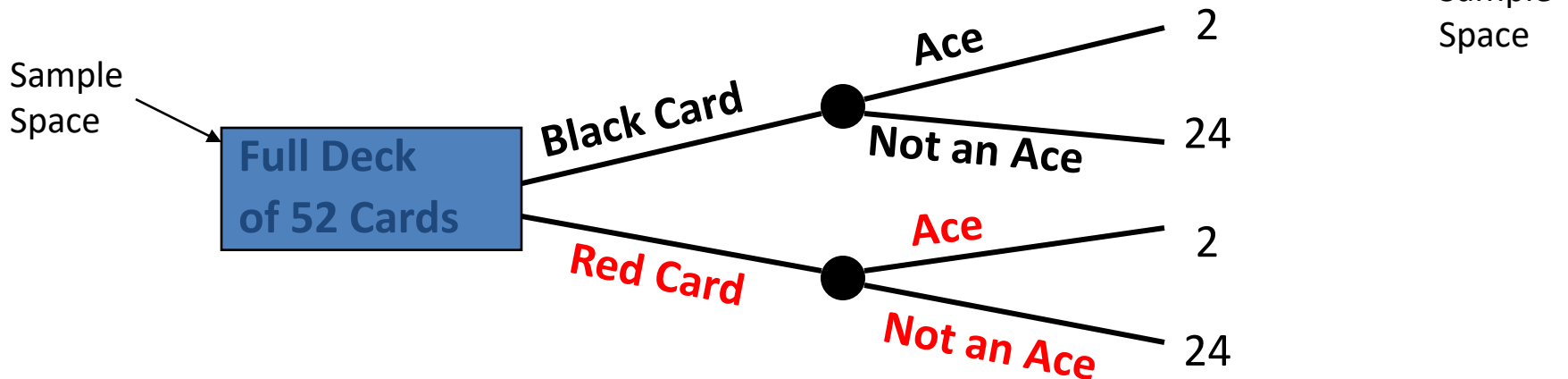


Visualizing Events

- Contingency Tables

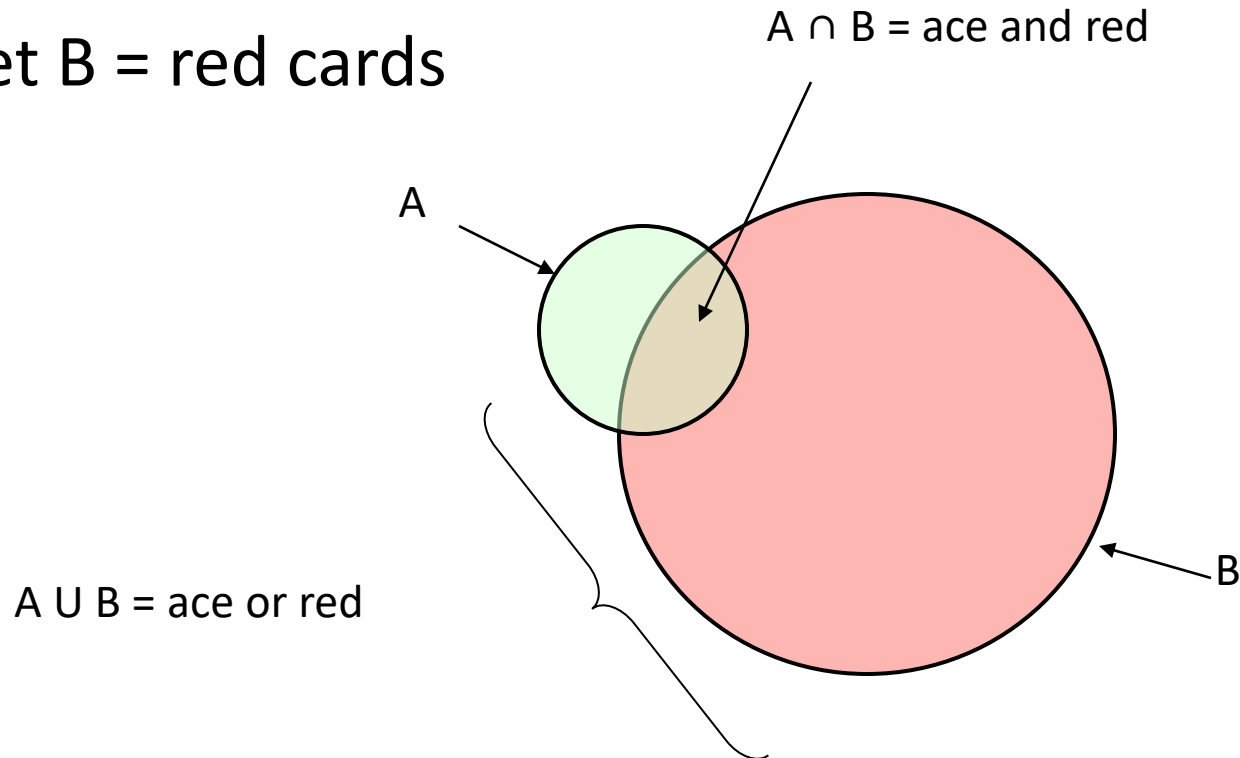
	Ace	Not Ace	Total
Black	2	24	26
Red	2	24	26
Total	4	48	52

- Decision Trees



Visualizing Events

- Venn Diagrams
 - Let A = aces
 - Let B = red cards





ANY QUESTION?

Mutually Exclusive Events

- Mutually exclusive events
 - Events that cannot occur simultaneously

Example: Drawing one card from a deck of cards

A = queen of diamonds; B = queen of clubs

- Events A and B are mutually exclusive

Collectively Exhaustive Events

- **Collectively exhaustive** events
 - One of the events must occur
 - The set of events covers the entire sample space

example:

A = aces; B = black cards;
C = diamonds; D = hearts

- Events A, B, C and D are collectively exhaustive (but not mutually exclusive – an ace may also be a heart)
- Events B, C and D are collectively exhaustive and also mutually exclusive

Exercise 1

Tentukan apakah pernyataan berikut ini mutually exclusive (saling lepas) dan collectively exhaustive:

- a. Pemilih terdaftar ditanya apakah mereka memilih salah satu dari 10 partai di PEMILU tahun ini.
- b. Setiap responden ditanya apakah mereka pernah mengendarai: sedan, SUV, mobil buatan Amerika, Asia, Eropa atau tidak sama sekali.
- c. Sebuah produk diklasifikasikan sebagai cacat dan tidak cacat

Exercise 1 (Answer)

- a. Mutually exclusive (saling lepas) tapi tidak collectively exhaustive
- b. Tidak mutually exclusive maupun collectively exhaustive
- c. Mutually exclusive dan collectively exhaustive



PROBABILITIES...

Probability

Jenis Kelamin	Saudara Kandung		Total
	Ada	Tidak ada	
Laki-laki	6	1	7
Perempuan	18	2	20
Total	24	3	27

Jenis Kelamin	Saudara Kandung		Total
	Ada	Tidak ada	
Laki-laki	0.22	0.04	0.26
Perempuan	0.67	0.07	0.74
Total	0.89	0.11	1

Computing Joint and Marginal Probabilities

- The probability of a joint event, A and B:

$$P(A \text{ and } B) = \frac{\text{number of outcomes satisfying A and B}}{\text{total number of elementary outcomes}}$$

- Computing a marginal (or simple) probability:

$$P(A) = P(A \text{ and } B_1) + P(A \text{ and } B_2) + \dots + P(A \text{ and } B_k)$$

- Where B_1, B_2, \dots, B_k are k mutually exclusive and collectively exhaustive events

Marginal & Joint Probabilities In A Contingency Table

Event	Event		Total
	B_1	B_2	
A_1	$P(A_1 \text{ and } B_1)$	$P(A_1 \text{ and } B_2)$	$P(A_1)$
A_2	$P(A_2 \text{ and } B_1)$	$P(A_2 \text{ and } B_2)$	$P(A_2)$
Total	$P(B_1)$	$P(B_2)$	1

Joint Probabilities

Marginal (Simple) Probabilities

General Addition Rule

General Addition Rule:

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ and } B)$$

If A and B are mutually exclusive, then

$P(A \text{ and } B) = 0$, so the rule can be simplified:

$$P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B)$$

For mutually exclusive events A and B

Exercise 2

Sampel 500 orang responden di sebuah kota dipilih untuk sebuah studi perilaku konsumen. Dalam survei tersebut terdapat pertanyaan “apakah anda menyukai belanja pakaian?” Dari 240 responden laki-laki, 136 orang menjawab “ya”. Dari 260 responden perempuan, 224 orang menjawab “ya”. Buatlah tabel kontigensi untuk mengevaluasi probabilitas.

Exercise 2

Berapakah kemungkinan (probability) seorang responden yang terpilih secara acak:

- a. Menyukai belanja pakaian?
- b. Adalah perempuan **dan** menyukai belanja pakaian?
- c. Adalah perempuan **atau** menyukai belanja pakaian?
- d. Adalah laki-laki **atau** perempuan?

Exercise 2 (Answer)

	Menyukai belanja pakaian		
Jenis kelamin	Ya	Tidak	Total
Laki-laki	136	104	240
Perempuan	224	36	260
Total	360	140	500

	Menyukai belanja pakaian		
Jenis kelamin	Ya	Tidak	Total
Laki-laki	0.27	0.21	0.48
Perempuan	0.45	0.07	0.52
Total	0.72	0.28	1.00

Exercise 2 (Answer)

- a. Menikmati belanja pakaian = 0.72
- b. Adalah perempuan **dan** menyukai belanja pakaian = 0.45
- c. Adalah perempuan **atau** menyukai belanja pakaian = 0.79
- d. Adalah laki-laki **atau** perempuan = 1



CONDITIONAL PROBABILITIES

Computing Conditional Probabilities

- A **conditional probability** is the probability of one event, given that another event has occurred:

$$P(A | B) = \frac{P(A \text{ and } B)}{P(B)}$$



The conditional probability of A given that B has occurred

$$P(B | A) = \frac{P(A \text{ and } B)}{P(A)}$$



The conditional probability of B given that A has occurred

Where $P(A \text{ and } B)$ = joint probability of A and B

$P(A)$ = marginal or simple probability of A

$P(B)$ = marginal or simple probability of B

Independence

- Two events are **independent** if and only if:

$$P(A | B) = P(A)$$

- Events A and B are independent when the probability of one event is not affected by the fact that the other event has occurred

Multiplication Rules

- Multiplication rule for two events A and B:

$$P(A \text{ and } B) = P(A | B)P(B)$$

Note: If A and B are independent, then
and the multiplication rule simplifies to

$$P(A | B) = P(A)$$

$$P(A \text{ and } B) = P(A)P(B)$$

Bayes' Theorem

- Bayes' Theorem is used to revise previously calculated probabilities based on new information.
- Developed by Thomas Bayes in the 18th Century.
- It is an extension of conditional probability.

Bayes' Theorem

$$P(B_i | A) = \frac{P(A | B_i)P(B_i)}{P(A | B_1)P(B_1) + P(A | B_2)P(B_2) + \dots + P(A | B_k)P(B_k)}$$

- where:

B_i = i^{th} event of k mutually exclusive and collectively exhaustive events

A = new event that might impact $P(B_i)$

Exercise 3

Gunakan data pada Exercise 2.

- a. Jika responden terpilih adalah perempuan, berapa kemungkinan responden tersebut tidak menyukai belanja pakaian?
- b. Jika responden terpilih menyukai belanja pakaian, berapakah kemungkinan bahwa responden tersebut adalah laki-laki?
- c. Apakah menyukai belanja pakaian dan jenis kelamin dari responden saling bebas (independent)? Jelaskan.

Exercise 3 (Answer)

	Menyukai belanja pakaian		
Jenis kelamin	Ya	Tidak	Total
Laki-laki	0.27	0.21	0.48
Perempuan	0.45	0.07	0.52
Total	0.72	0.28	1.00

Misal :

$P(B) = P(\text{Menyukai belanja pakaian})$

Maka $P(B') = P(\text{Tidak menyukai belanja pakaian})$

$P(K) = P(\text{Jenis kelamin laki-laki})$

Maka $P(K') = P(\text{Jenis kelamin perempuan})$

Exercise 3 (Answer)

- a. $P(B' | K') = 0.07 / 0.52 = 0.14$
- b. $P(K | B) = 0.27 / 0.72 = 0.38$
- c. Dua kejadian dianggap saling bebas jika:

$$P(A | B) = P(A)$$

Pada kasus ini:

$$P(K | B) = P(K)$$

$$0.38 \neq 0.48$$

→ Jadi jenis kelamin dan menyukai belanja pakaian tidak saling lepas

Exercise 4

Perusahaan konstruksi TAMA ingin memutuskan apakah mereka sebaiknya mengikuti lelang sebuah proyek pusat perbelanjaan atau tidak. Pesaing utama mereka ADI, biasanya mengikuti 70% dari semua lelang yang dibuka. Jika ADI tidak mengikuti lelang, kemungkinan TAMA akan memenangkan lelang ini adalah 0.50. Namun, jika ADI mengikuti lelang ini, kemungkinan TAMA memenangkan lelang ini menjadi 0.25.

Exercise 4

- a. Jika TAMA ingin mendapatkan proyek ini, berapakah kemungkinan perusahaan konstruksi ADI tidak mengikuti lelang?
- b. Berapakah kemungkinan perusahaan konstruksi TAMA akan mendapatkan pekerjaan tersebut.

Exercise 4 (Answer)

	TAMA		
ADI	Menang	Tidak	Total
Ikut			0.70
Tidak			0.30
Total			1.00

- $P(\text{TAMA} | \text{ADI}') = 0.5$
 - $P(\text{TAMA} \& \text{ADI}') = P(\text{TAMA} | \text{ADI}') \times P(\text{ADI}') = 0.15$

Exercise 4 (Answer)

	TAMA		
ADI	Menang	Tidak	Total
Ikut			0.70
Tidak	0.15	0.15	0.30
Total			1.00

- $P(\text{TAMA} | \text{ADI}) = 0.25$
 - $P(\text{TAMA} \ \& \ \text{ADI}) = P(\text{TAMA} | \text{ADI}) \times P(\text{ADI}) = 0.175$

Exercise 4 (Answer)

	TAMA		
ADI	Menang	Tidak	Total
Ikut	0.175	0.525	0.70
Tidak	0.15	0.15	0.30
Total	0.325	0.675	1.00

a. $P(\text{ADI}' | \text{TAMA}) = 0.15 / 0.325 = 0.46$

b. $P(\text{TAMA}) = 0.325$

DISCRETE VS. CONTINUOUS

Probability

- Discrete Probability (Probabilitas Diskrit)



- Continuous Probability (Probabilitas Kontinu)



EXERCISE

1

Sebuah survey yang dilakukan oleh Lembaga Riset Pew menunjukkan bahwa 81% dari responden berusia 18 – 25 tahun menjadikan “menjadi kaya” sebagai tujuan. Sementara itu hanya 62% dari responden berusia 26 – 40 tahun memilih tujuan yang sama. Misalkan survey tersebut dilakukan pada 500 orang untuk masing-masing kelompok usia.

- a. Buatlah tabel kontigensi.
- b. Beri contoh kejadian sederhana dan kejadian gabungan.
- c. Berapakah peluang seorang responden yang dipilih secara acak akan memiliki tujuan “menjadi kaya”?
- d. Berapakah peluang seorang responden yang dipilih secara acak akan memiliki tujuan “menjadi kaya” dan berusia 26-40 tahun?
- e. Apakah kejadian pada “kelompok usia” dan “menjadi kaya” saling bebas? Jelaskan.

2

Pemilik sebuah restoran bergaya kontinental tertarik untuk mempelajari pola pesanan pelanggannya pada setiap hari Jumat hingga Minggu. Untuk itu dilakukan pencatatan apakah pelanggan memesan hidangan penutup. Pemilik tersebut memutuskan untuk mencatat dua variabel lain, selain apakah hidangan penutup dipesan, yaitu: Jenis kelamin responden dan apakah responden memesan hidangan utama daging sapi. Hasilnya adalah sebagai berikut:

2

	JENIS KELAMIN		
MEMESAN HIDANGAN PENUTUP	Laki-laki	Perempuan	Total
Ya	96	40	136
Tidak	224	240	464
Total	320	280	600

	HIDANGAN UTAMA DAGING SAPI		
MEMESAN HIDANGAN PENUTUP	Ya	Tidak	Total
Ya	71	65	136
Tidak	116	348	464
Total	187	413	600

2

Seorang pelayan mencatat pesanan pada sebuah meja. Berapakah peluang konsumen pertama yang memesan pada meja tersebut

- a. Memesan hidangan penutup?
- b. Memesan hidangan penutup atau memesan hidangan utama daging sapi?
- c. Perempuan dan tidak memesan hidangan penutup?
- d. Perempuan atau tidak memesan hidangan penutup?
- e. Misalkan orang pertama yang pesannya dicatat oleh pelayan adalah perempuan. Apakah peluang bahwa dia tidak memesan hidangan penutup?
- f. Apakah jenis kelamin dan pemesanan hidangan penutup saling bebas?
- g. Apakah pemesanan hidangan utama daging sapi saling bebas dengan pemesanan hidangan penutup?

3

Menu apakah yang paling sering dipesan melalui *drive-through*? Sebuah survei dilakukan pada tahun 2009 dengan hasil sebagai berikut:

Menu	Laki-laki	Perempuan	Total
Sarapan	18	10	28
Makan siang	47	52	99
Makan malam	29	29	58
Minuman dan makanan ringan	6	9	15
Total	100	100	200

3

Jika seorang responden dipilih secara acak, berapakah peluang bahwa dia

- a. Memesan menu makan siang di *drive-through*?
- b. Memesan menu sarapan atau makan siang di *drive-through*?
- c. Seorang laki-laki atau memesan menu makan malam di *drive-through*?
- d. Seorang laki-laki dan memesan menu makan malam di *drive-through*?
- e. Jika responden yang terpilih adalah perempuan, berapakah peluang dia memesan menu sarapan di *drive-through*?

4

Menurut sebuah survei, perusahaan yang pekerjanya memiliki keterikatan dengan tempat kerjanya (engaged) memiliki tingkat inovasi, produktivitas dan profitabilitas yang tinggi serta *employee turnover* yang rendah. Survei pada 1.895 pekerja di Jerman menunjukkan bahwa 13% dari pekerja berstatus “engaged”, 67% “disengaged”, dan 20% lainnya “actively disengaged”.

4

Survei tersebut juga mencatat bahwa 48% dari pekerja yang “engaged” sangat setuju dengan pernyataan “Pekerjaan saya saat ini membuat saya mampu menyalurkan ide-ide kreatif saya.” Hanya 20% dari pekerja yang “disengaged” dan 3% dari pekerja yang “actively disengaged” setuju dengan pernyataan ini. Jika seorang pekerja diketahui sangat setuju dengan pernyataan “Pekerjaan saya saat ini membuat saya mampu menyalurkan ide-ide kreatif saya,” berapakah peluang bahwa pekerja itu “engaged”?



©Ron Leishman * illustrationsOf.com/439822

THANK YOU!!