

# Teori Pengambilan Keputusan

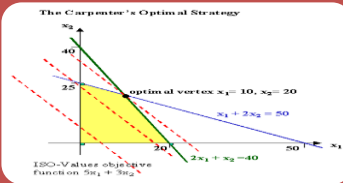
Week 2

Linear Programming

Formulation and Graphic Method

# Outlines

Linear Programming Model – Problem Formulation



Linear Programming Model – Graphic Solution



Linear Programming Model – Simplex Method (Maximize)




Linear Programming Model – Simplex Method (Minimize and Non-Standard)

# Properties of Linear Programs


- One objective function
- One or more constraints
- Alternative course of action
  - Objective function and constraints are linear—proportionality and divisibility
  - Certainty
  - Divisibility
  - Nonnegative variables

# The Steps in formulating a linear program

- 
- Completely understand the managerial problem being faced

- 
- Identify the objective and the constraints

- 
- Define the decision variables

- 
- Use the decision variables to write mathematical expressions for the objective function and the constraints

# Developing Linear Programming Model

Decision Variables

```
graph TD; A[Decision Variables] --> B[Objective]; B --> C[Objective Function]; C --> D[Constraints];
```

Objective

Objective Function

Constraints

- Nonnegative constraints

**EXAMPLE**

# Flair Furniture Company

Perusahaan Flair Furniture memproduksi kursi dan meja murah. Proses produksi untuk masing-masingnya mirip, dimana keduanya membutuhkan beberapa jam pengerjaan pada bagian pertukangan dan beberapa jam pengerjaan pada bagian pengecatan. Untuk menyelesaikan satu meja dibutuhkan waktu 4 jam di bagian pertukangan dan 2 jam di bagian pengecatan. Sementara itu, untuk menyelesaikan satu kursi dibutuhkan 3 jam di bagian pertukangan dan 1 jam di bagian pengecatan.

# Flair Furniture Company

Dalam minggu ini, waktu yang tersedia pada bagian pertukangan adalah 240 jam dan 100 jam pada bagian pengecatan. Setiap meja yang terjual mendatangkan profit \$70 bagi perusahaan; dan perusahaan mendapatkan \$50 untuk tiap kursi yang terjual. Permasalahan Flair Furniture adalah bagaimana kombinasi jumlah meja dan kursi yang harus diproduksi sehingga perusahaan mampu mendapatkan profit yang maksimal?



**ANSWER**

# **PROBLEM FORMULATION**



# Problem formulation

- Objective: Maximize profit
- Constraints:
  1. The hours of carpentry time used cannot exceed 240 hours per week.
  2. The hours of painting and varnishing time used cannot exceed 100 hours per week.
- Decision variables:
  - $T$  = Number of tables to be produced per week
  - $C$  = Number of chairs to be produced per week

# Problem formulation

- **Objective function:**

Maximize profit =  $\$70T + \$50C$

- **Carpentry department:**

(4 hours per table)(Number of tables produced)  
+ (3 hours per chair)(Number of chairs produced)

Carpentry time used  $\leq$  Carpentry time available

$4T + 3C \leq 240$  (hours of carpentry time)

# Problem formulation

- **Painting and varnishing department**

(2 hours per table)(Number of tables produced)  
+ (1 hours per chair)(Number of chairs produced)

Painting and varnishing time used  $\leq$  Painting and  
varnishing time available

**$2T + 1C \leq 100$**  (hours of painting and varnishing time)

# Problem formulation

- **Nonnegative constraints**

To obtain meaningful solutions, the values for  $T$  and  $C$  must be nonnegative numbers

$T \geq 0$  (number of tables produced is greater than or equal to 0)

$C \geq 0$  (number of chairs produced is greater than or equal to 0)

# Problem formulation

- Objective function:

$$\text{Maximize profit} = \$70T + \$50C$$

- Constraints:

$$4T + 3C \leq 240$$

$$2T + 1C \leq 100$$

$$T \geq 0$$

$$C \geq 0$$

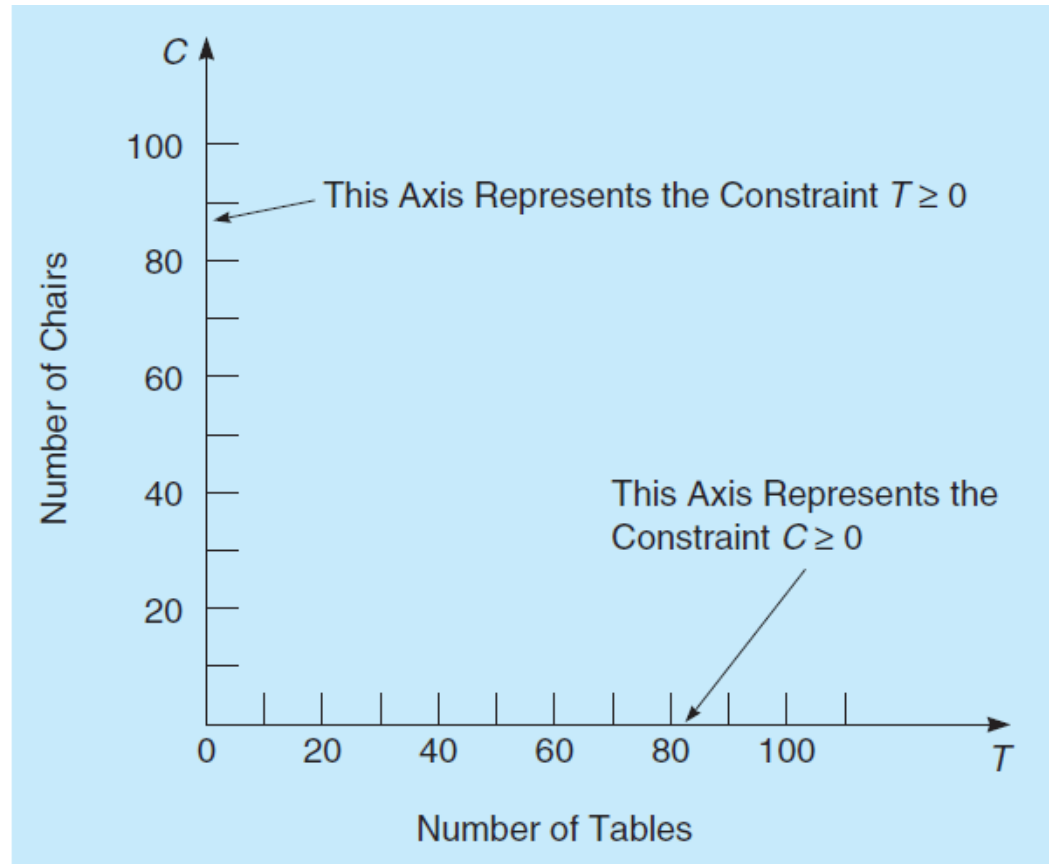


**GRAPHIC SOLUTION**

# Graphical Representation of Constraints

$$4T + 3C \leq 240$$

- When  $T = 0$ :  
 $4(0) + 3C = 240$   
 $3C = 240$   
 $C = 80$
- When  $C = 0$   
 $4T + 3(0) = 240$   
 $4T = 240$   
 $T = 60$



# Graphical Representation of Constraints

$$4T + 3C \leq 240$$

- When  $T = 0$ :

$$4(0) + 3C = 240$$

$$3C = 240$$

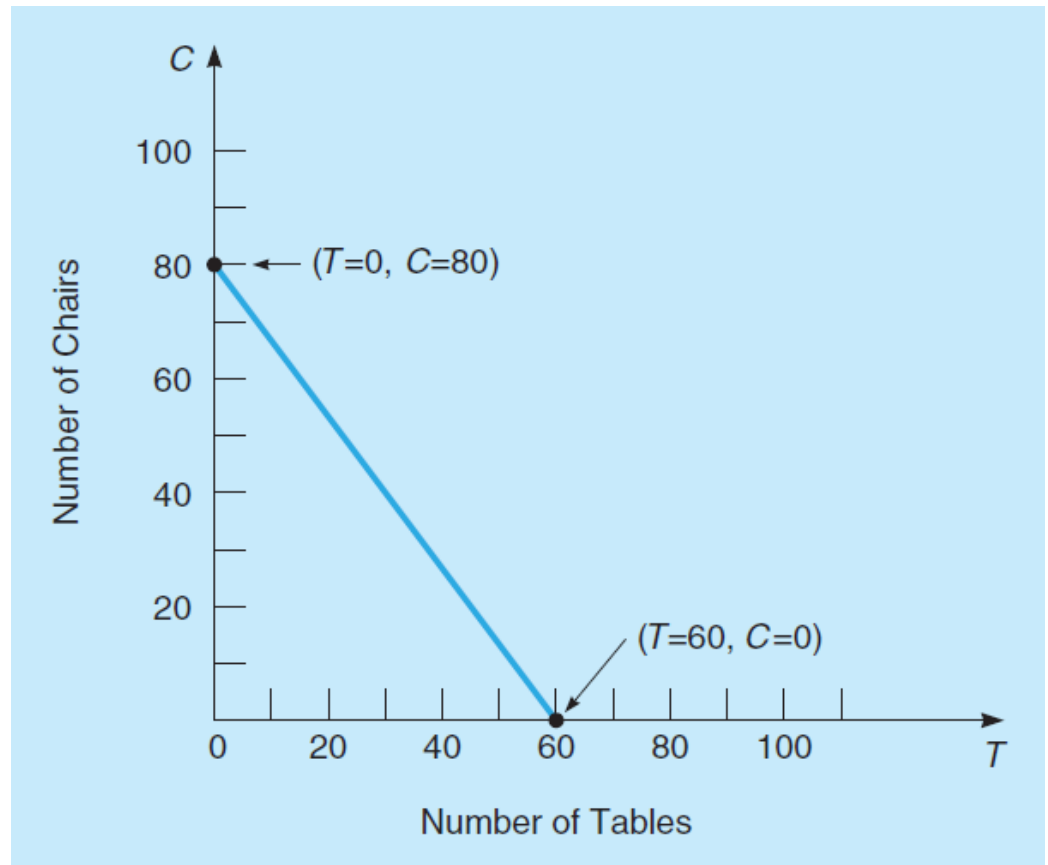
$$C = 80$$

- When  $C = 0$

$$4T + 3(0) = 240$$

$$4T = 240$$

$$T = 60$$



# Graphical Representation of Constraints

$$4T + 3C \leq 240$$

- (30, 20)

$$4(30) + 3(20) = 180$$

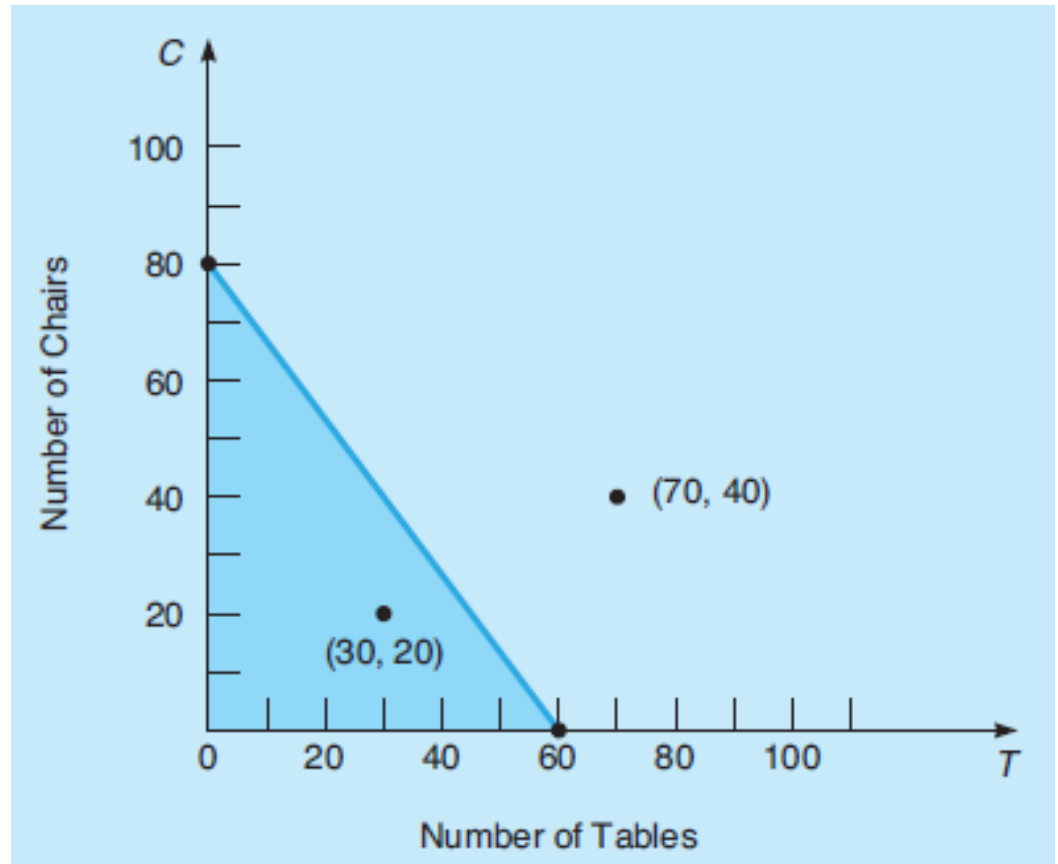
$$180 < 240$$



- (70, 40)

$$4(70) + 3(40) = 400$$

$$400 > 240$$



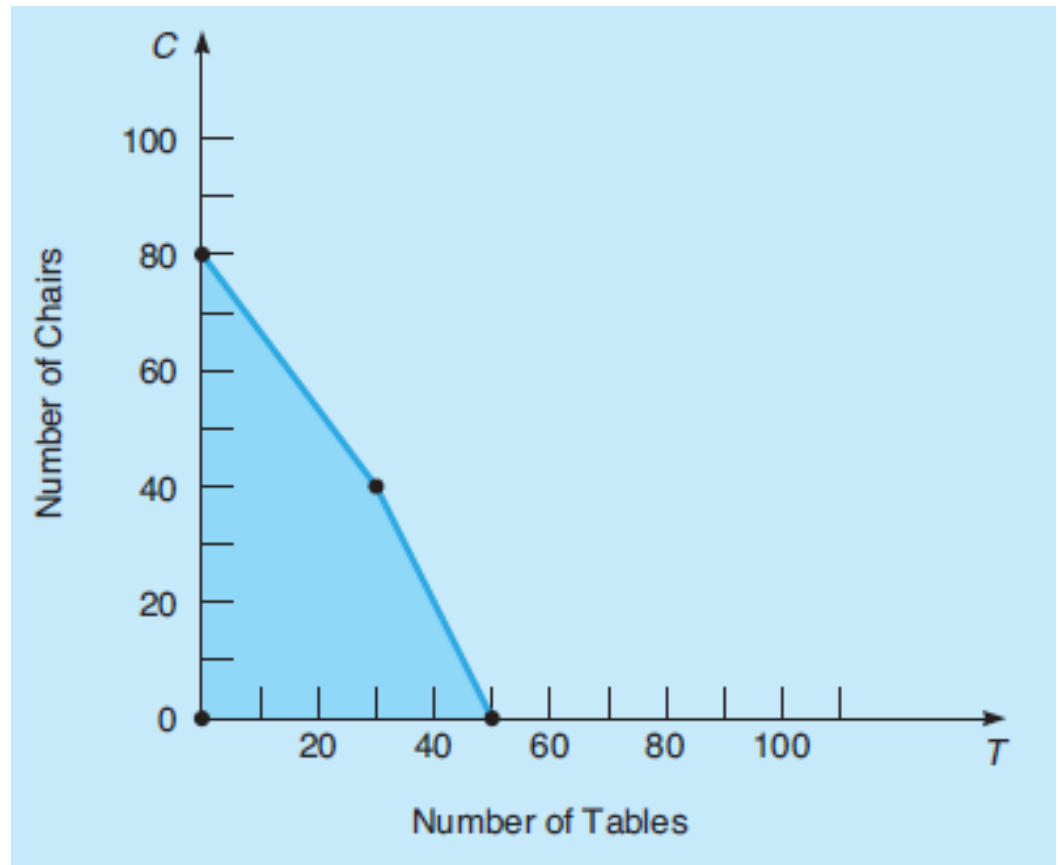
# Corner Point Solution Method

$$4T + (3)(40) = 240$$

$$4T + 120 = 240$$

$$4T = 120$$

$$T = 30$$



# Graphical Representation of Constraints

$$2T + 1C \leq 100$$

- When  $T = 0$ :

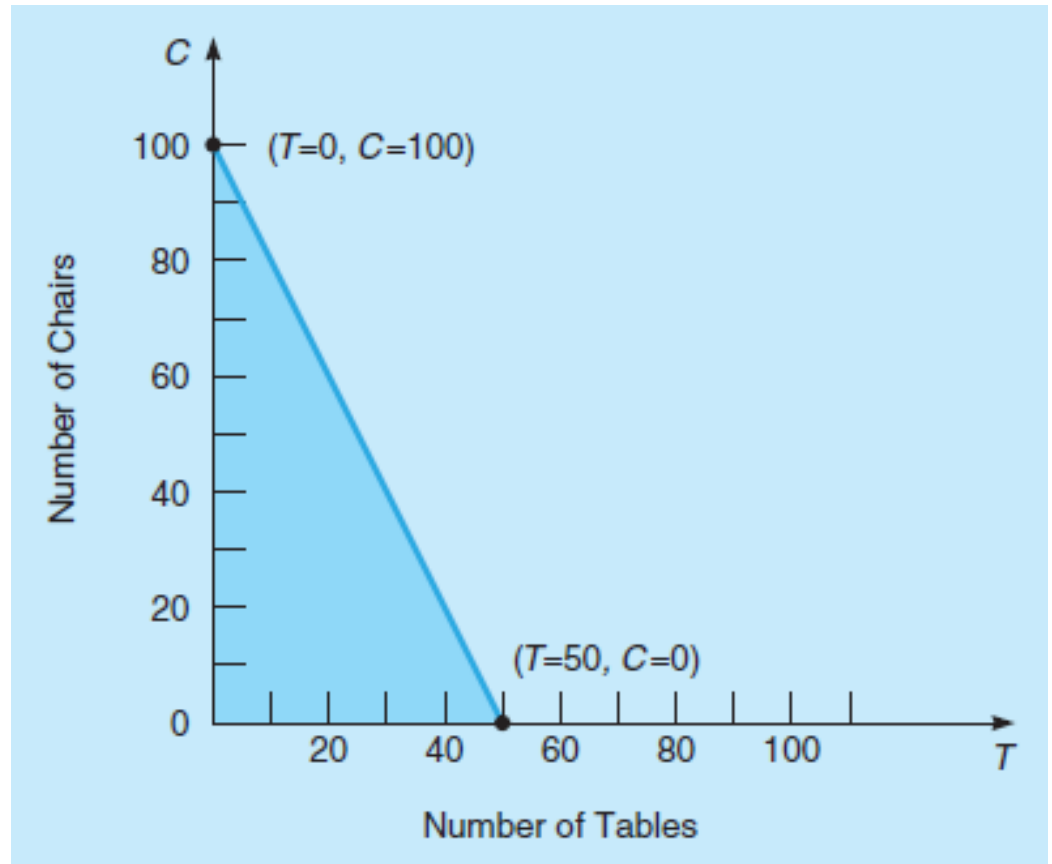
$$2(0) + 1C = 100$$

$$C = 100$$

- When  $C = 0$

$$2T + 1(0) = 100$$

$$T = 50$$



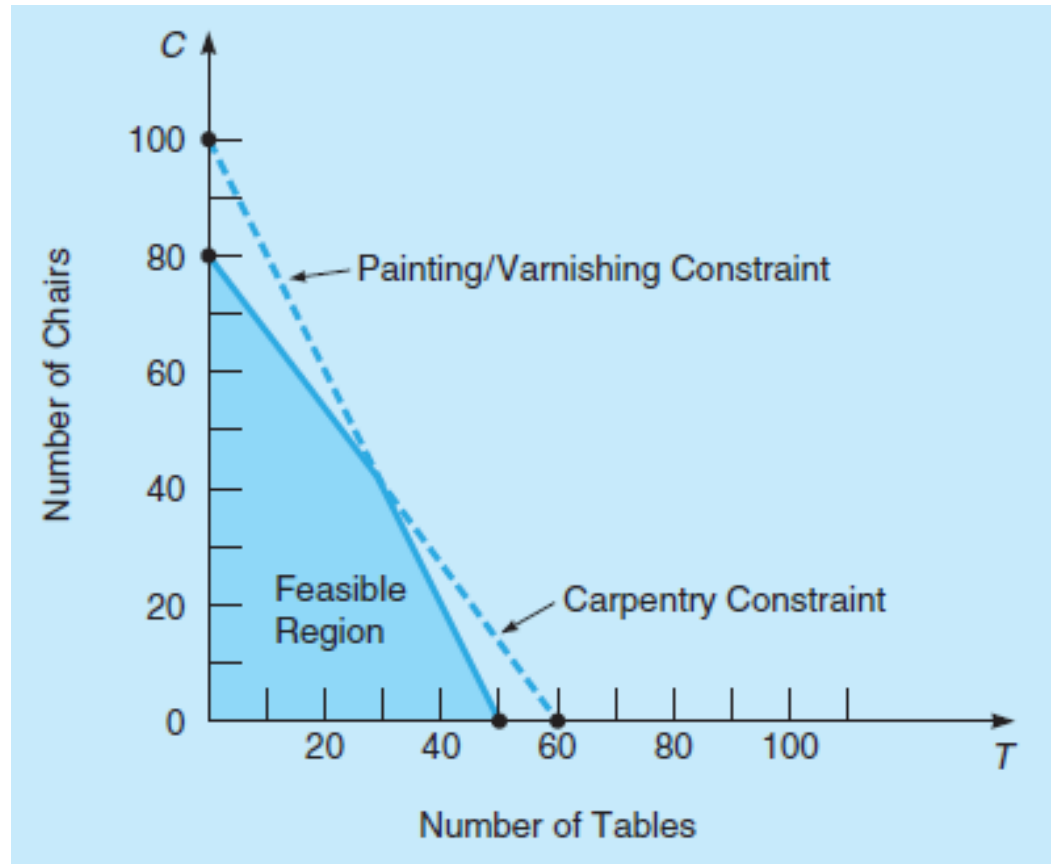
# Graphical Representation of Constraints

$$4T + 3C \leq 240$$

$$2T + 1C \leq 100$$

$$T \geq 0$$

$$C \geq 0$$



# Corner Point Solution Method

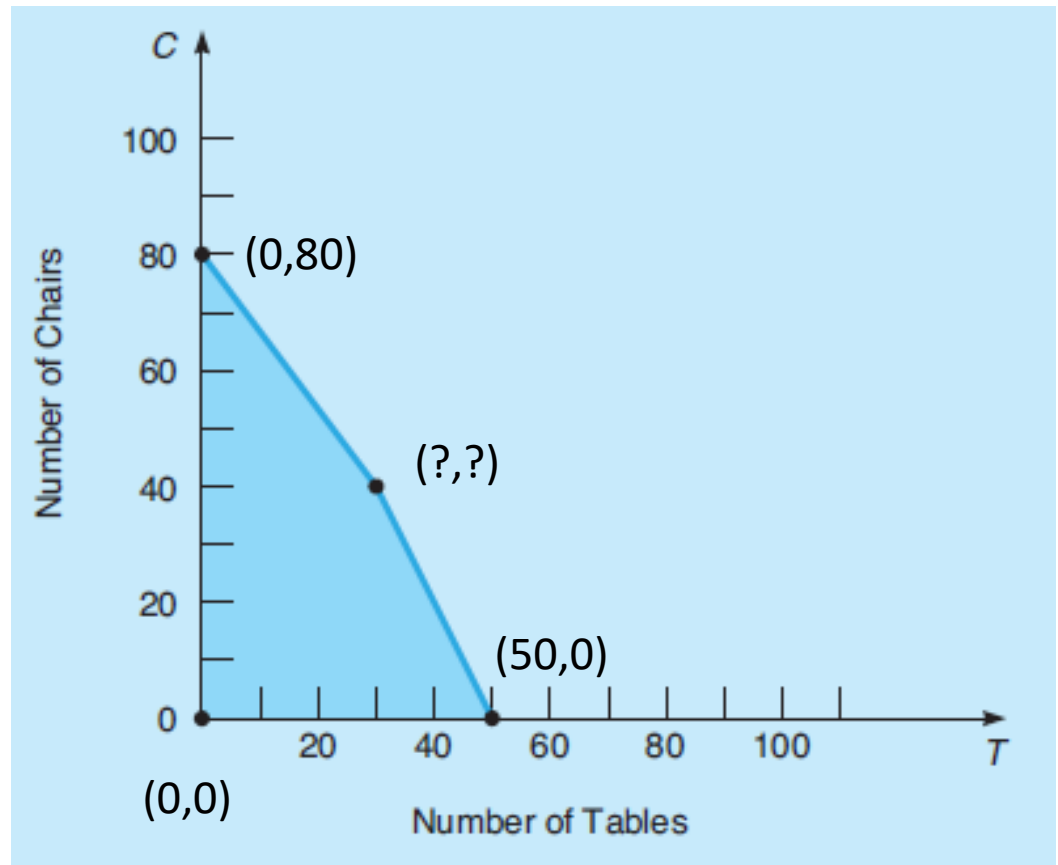
$$4T + 3C = 240$$

$$2T + 1C = 100 \quad (-2)$$

$$4T + 3C = 240$$

$$\underline{-4T - 2C = -200}$$

$$\mathbf{C = 40}$$





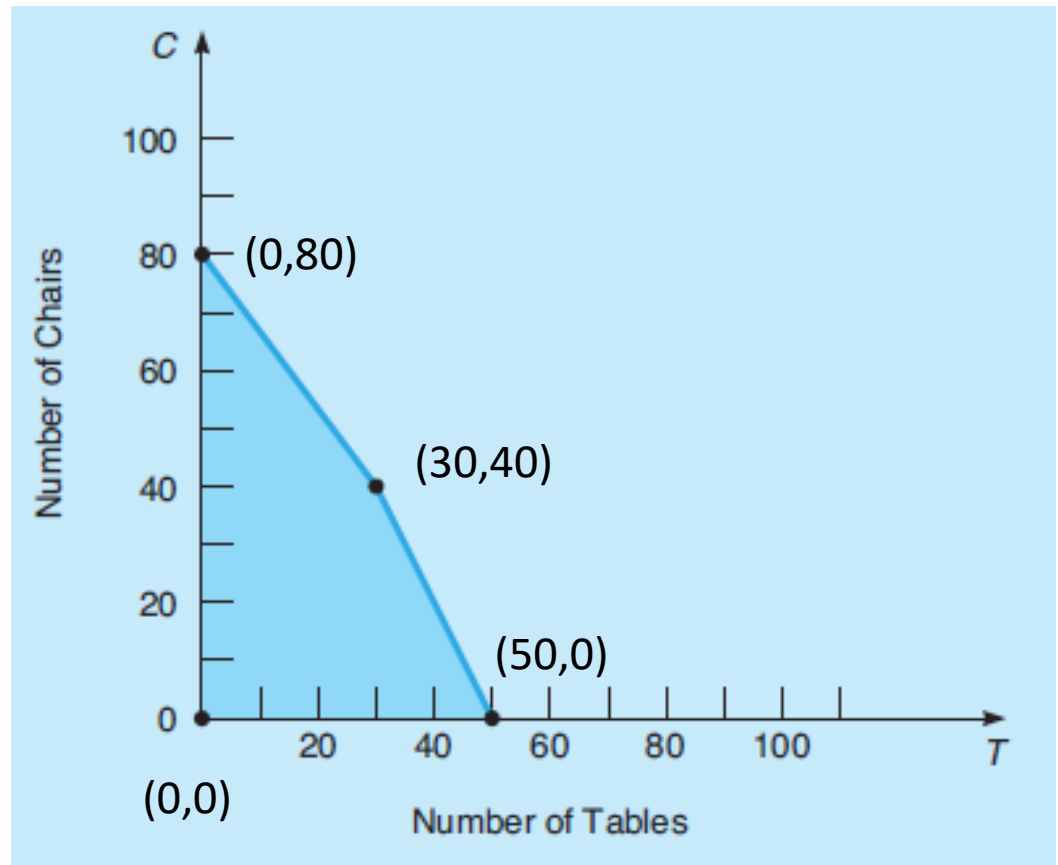
# Corner Point Solution Method

$$4T + (3)(40) = 240$$

$$4T + 120 = 240$$

$$4T = 120$$

$$\mathbf{T = 30}$$



# Corner Point Solution Method

Number of Tables (T)	Number of Chairs (C)	Profit = $\$70T + \$50C$
0	0	\$0
50	0	\$3,500
0	80	\$4,000
30	40	\$4,100

The highest **profit** is found to be **\$4,100**, which is obtained when **30 tables** and **40 chairs** are produced

# Four Special Cases in LP

No Feasible Solution

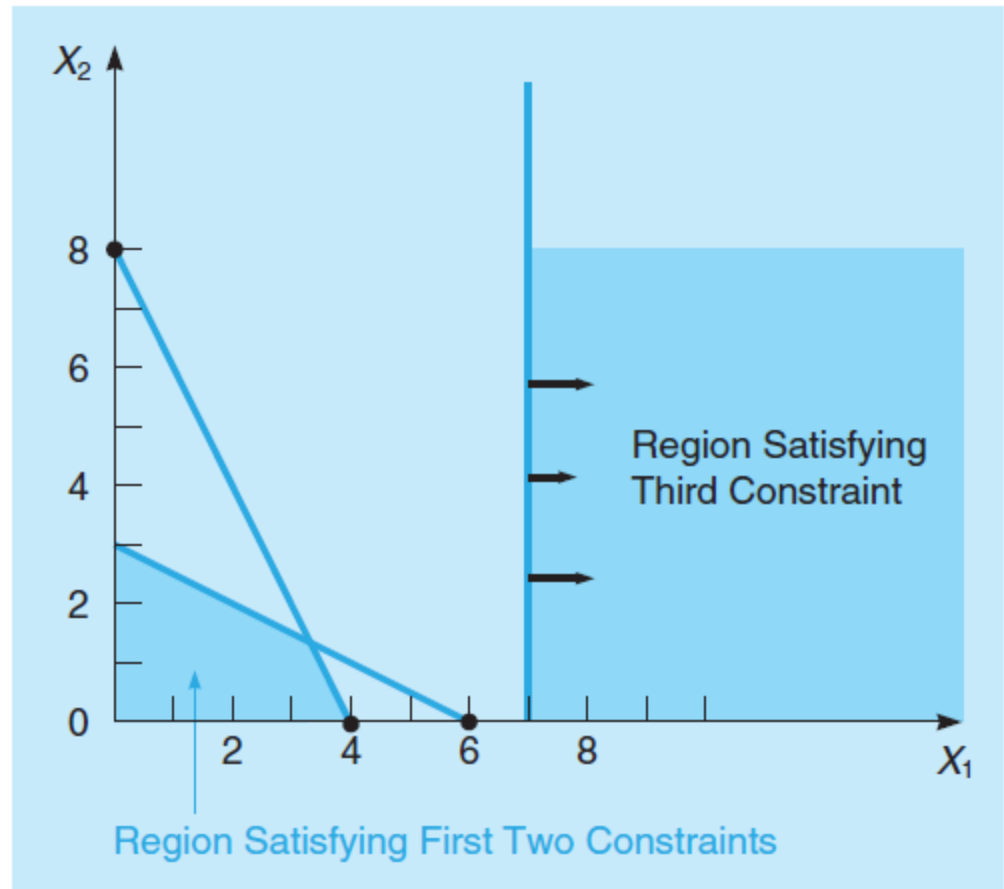
Unboundedness

Redundancy

Alternate Optimal Solutions

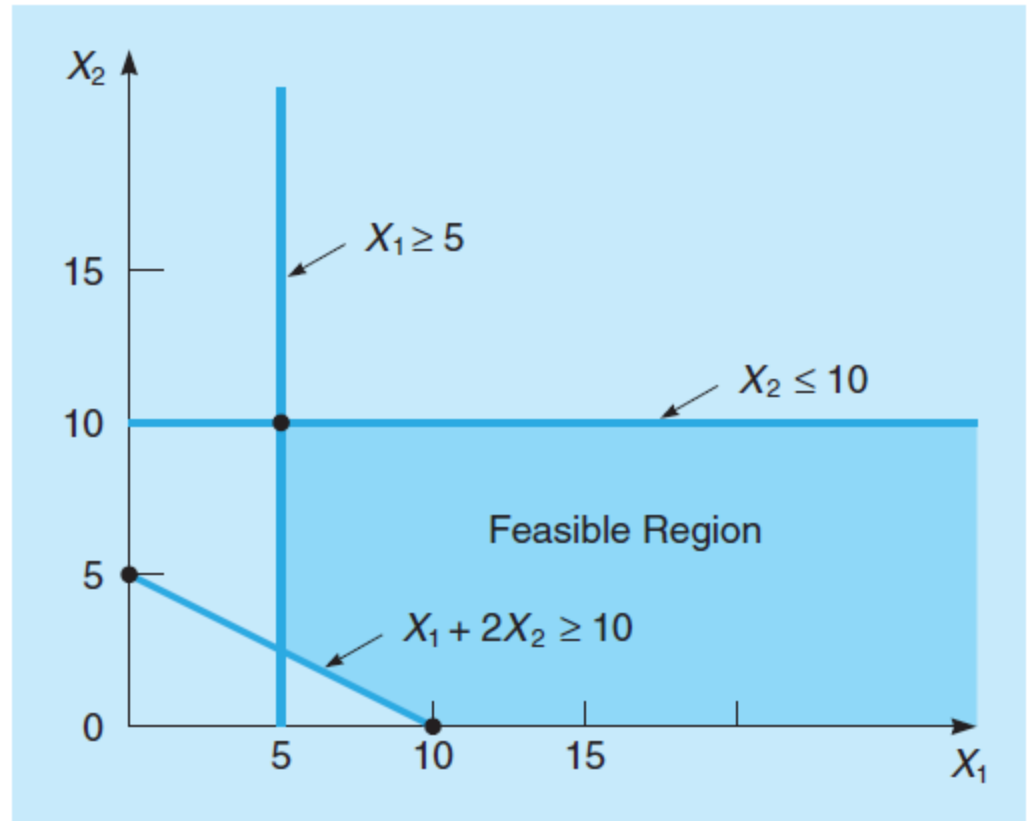
# No Feasible Solution

$$\begin{aligned} X_1 + 2X_2 &\leq 6 \\ 2X_1 + X_2 &\leq 8 \\ X_1 &\geq 7 \end{aligned}$$



# Unboundedness

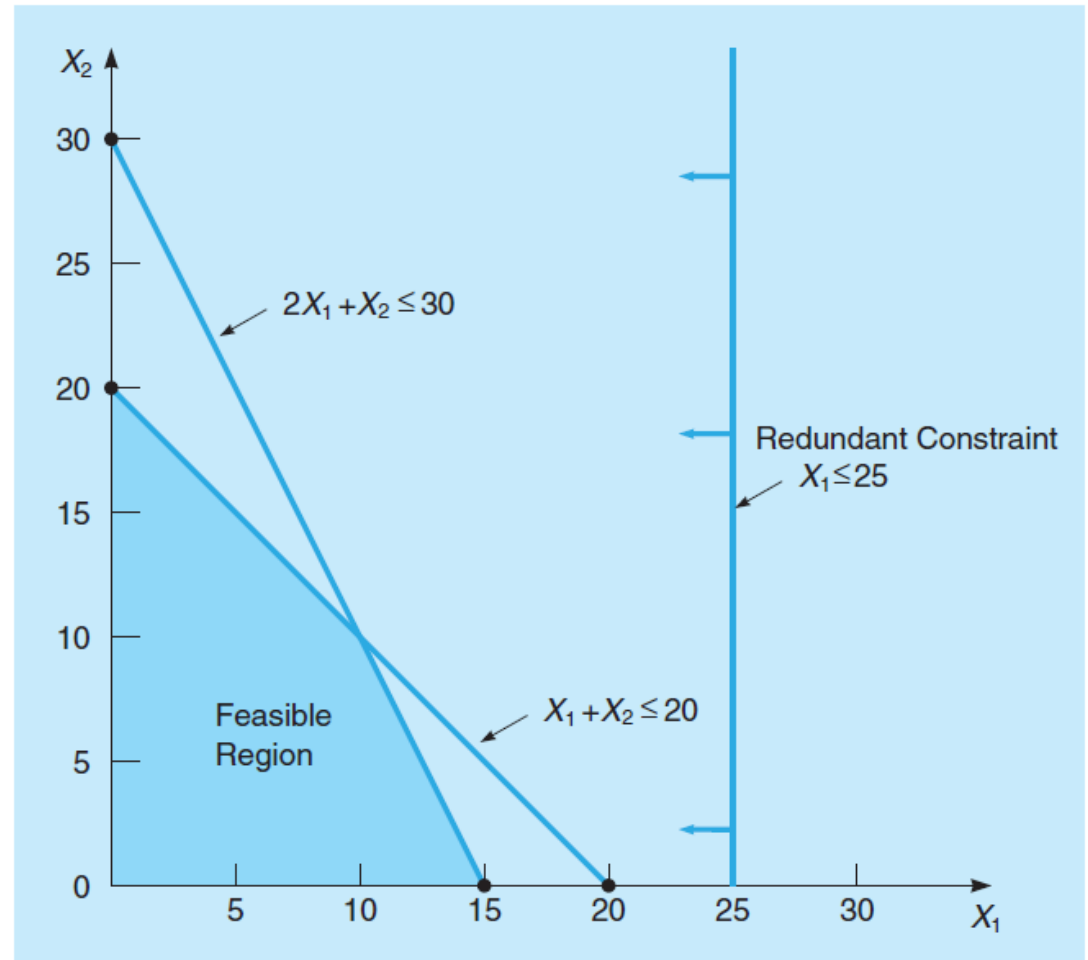
Maximize profit =  $\$3X_1 + \$5X_2$   
subject to

$$X_1 \geq 5$$
$$X_2 \leq 10$$
$$X_1 + 2X_2 \geq 10$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$


# Redundancy

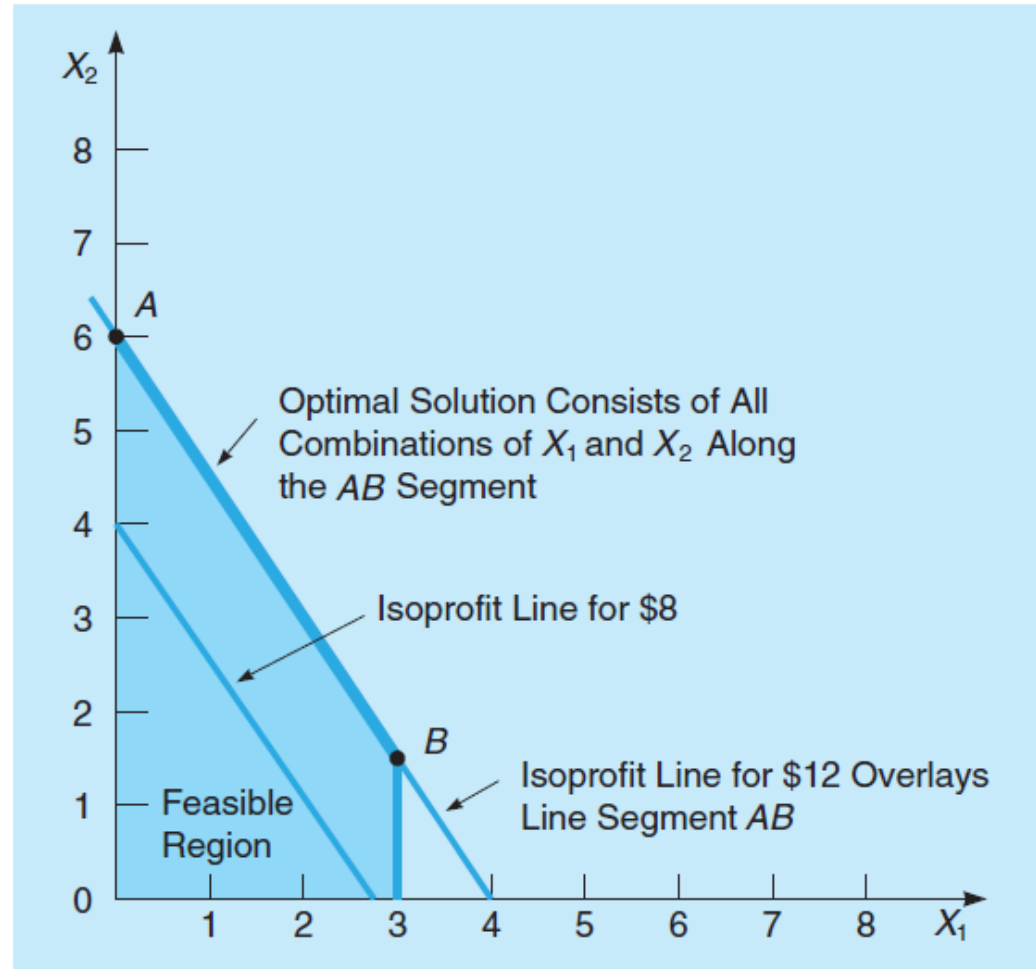
Maximize profit =  $\$1X_1 + \$2X_2$   
subject to

$$\begin{aligned} X_1 + X_2 &\leq 20 \\ 2X_1 + X_2 &\leq 30 \\ X_1 &\leq 25 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$



# Alternate Optimal Solutions

Maximize profit =  $\$3X_1 + \$2X_2$   
subject to  $6X_1 + 4X_2 \leq 24$   
 $X_1 \leq 3$   
 $X_1, X_2 \geq 0$



# Sensitivity Analysis

How sensitive an optimal solution is to changes

- Trial-and-error approach
- Analytic post-optimality method



**EXERCISE**

## 7-14 (cont'd)

Electrocomp Corporation memproduksi dua produk elektronik: AC dan kipas angin besar. Proses perakitan untuk masing-masingnya mirip, dimana keduanya membutuhkan sejumlah waktu pada bagian *wiring* dan *drilling*. Setiap AC membutuhkan waktu pengerjaan 3 jam di bagian *wiring* dan 2 jam di bagian *drilling*. Sementara itu, setiap kipas angin membutuhkan waktu pengerjaan 2 jam di bagian *wiring* dan 1 jam di bagian *drilling*.

## 7-14

Pada periode produksi berikutnya, tersedia 240 jam untuk bagian *wiring* dan 140 jam untuk bagian *drilling* yang dapat digunakan. Untuk setiap AC yang terjual perusahaan mendapatkan keuntungan \$25 dan untuk setiap kipas angin yang dirakit perusahaan mendapatkan keuntungan \$15. Formulasikan permasalahan linear programming untuk kasus ini, sehingga didapatkan kombinasi jumlah AC dan kipas angin terbaik yang menghasilkan keuntungan maksimum!

## 7-16 (cont'd)

Seorang kandidat walikota telah mengalokasikan dana \$40.000 untuk *last-minute advertising* pada hari-hari sebelum pemilu. Dua media akan digunakan: radio dan televisi. Biaya untuk tiap iklan radio adalah \$200 dan menjangkau sekitar 3.000 orang. Biaya untuk tiap iklan televisi adalah \$500 dan mampu menjangkau sekitar 7.000 orang.

## 7-16

Dalam merencanakan iklan kampanye, ketua tim sukses ingin menjangkau sebanyak mungkin orang, namun dia telah menentukan bahwa diperlukan paling tidak 10 iklan untuk masing-masing media. Selain itu, jumlah iklan radio paling tidak harus sama dengan jumlah iklan televisi. Berapa banyak iklan untuk masing-masing media yang harus digunakan. Berapa jumlah orang yang akan dijangkau?

# 7-18

Dekan Western College of Business harus merencanakan mata kuliah yang ditawarkan pada semester berikutnya. Melihat kondisi mahasiswa saat ini, penting untuk membuka paling tidak 30 kelas sarjana dan 20 kelas pasca sarjana pada semester tersebut. Kontrak dosen juga menyebutkan bahwa paling tidak harus ada 60 kelas yang ditawarkan secara keseluruhan. Tiap kelas sarjana membutuhkan biaya rata-rata \$2.500 sebagai gaji dosen, sementara kelas pasca sarjana membutuhkan biaya \$3.000. Berapa jumlah kelas sarjana dan pasca sarjana yang harus ditawarkan pada semester berikutnya sehingga biaya gaji dosen minimal.

## 7-25 (cont'd)

Woofers Pet Foods memproduksi makanan anjing rendah kalori untuk anjing yang kegemukan. Produk ini dibuat dari produk daging sapi dan biji-bijian. Setiap pon daging sapi membutuhkan biaya \$0,90, sedangkan setiap pon biji-bijian membutuhkan biaya \$0,60. Sementara itu setiap pon makanan anjing ini harus mengandung paling tidak 9 unit Vitamin 1 dan 10 unit Vitamin 2.

## 7-25

Setiap pon daging sapi mengandung 10 unit Vitamin 1 dan 12 unit Vitamin 2. Dan setiap pon biji-bijian mengandung 6 unit Vitamin 1 dan 9 unit Vitamin 2. Formulasikan permasalahan ini dengan menggunakan program linear untuk meminimasi biaya makanan anjing. Berapa pon daging sapi dan biji-bijian yang seharusnya dimasukkan dalam setiap pon makanan anjing? Berapakah biaya dan kandungan vitamin di dalam produk tersebut?



## 7-26 (cont'd)

Jumlah zaitun yang dihasilkan oleh sebuah perkebunan zaitun di Piraeus, Yunani dipengaruhi oleh proses pemangkasan dahan. Jika pohon zaitun dipangkas setiap 2 minggu sekali maka buah yang dihasilkan akan lebih banyak. Proses pemangkasan itu sendiri tentu saja membutuhkan waktu kerja yang lebih banyak daripada dengan membiarkan pohon tumbuh secara alami dan menghasilkan buah yang ukurannya lebih kecil. Namun demikian, proses pemangkasan ini juga memungkinkan pohon untuk ditanam berdekatan.

## 7-26 (cont'd)

Satu barel buah zaitun yang dihasilkan dengan proses pemangkasan membutuhkan 5 jam waktu kerja dan 1 hektar lahan. Sedangkan 1 barel buah zaitun yang dihasilkan dari proses alami membutuhkan 2 jam waktu kerja dan 2 hektar lahan. Seorang petani zaitun memiliki 250 waktu kerja yang dapat digunakan dan 150 hektar lahan tanam. Karena ukuran buah yang berbeda, satu barel buah zaitun yang diperoleh dari proses pemangkasan dapat dijual dengan harga \$20, sementara buah yang tumbuh secara alami dapat dijual dengan harga \$30.

## 7-26

Karena permintaan yang tidak menentu, petani tersebut telah menentukan bahwa buah zaitun hasil pemangkasan yang harus dihasilkan tidak boleh lebih dari 40 barel. Gunakan linear programming untuk menentukan:

- a. Keuntungan maksimum yang dapat diperoleh
- b. Kombinasi terbaik jumlah buah zaitun yang dihasilkan oleh pohon yang dipangkas dan yang tumbuh secara alami (dalam barel).

**THANK YOU**